



## ЭЛЕМЕНТЫ «НЕЧЕТКОЙ МАТЕМАТИКИ» КАК КОМПОНЕНТ ПРОФЕССИОНАЛЬНО- ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

*М. А. Родионов<sup>1</sup>, И. В. Акимова<sup>1\*</sup>, Г. И. Шабанов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет», г. Пенза, Россия,  
*\*ulrih@list.ru*

<sup>2</sup> ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», г. Саранск, Россия

**Введение:** одной из актуальных проблем подготовки будущих учителей остается овладение ими технологиями обучения школьников современным методам изучения окружающего мира. В данном контексте большое значение имеет теория нечетких множеств, обладающая большим потенциалом в плане решения разнообразных педагогических задач, прежде всего, в плане полноценной реализации развивающей и прикладной функций школьного математического образования. В научной литературе вопросы изучения и преподавания элементов нечеткой логики и нечеткой математики будущим учителям раскрыты недостаточно, поэтому цель статьи – выявить возможности включения рассматриваемого материала в состав профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики и определить содержательные и организационно-методические особенности его изучения.

**Материалы и методы:** в качестве материалов исследования были использованы нормативные и программные документы, детерминирующие реализацию подготовки будущих учителей математики и информатики и ее методическое обеспечение, а также результаты опросов студентов. В качестве основных методов исследования были задействованы: теоретический анализ и сопоставление отечественных и зарубежных подходов к изучению аппарата нечетких множеств; анализ содержания и особенностей организации процесса профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики; проведение педагогических измерений; обобщение опыта преподавания спецкурсов в Пензенском государственном университете и других вузах; поисковый педагогический эксперимент.

**Результаты исследования:** показана необходимость изучения элементов «нечеткой математики» в школе и целесообразность включения данного материала в содержание профессионально педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики. Определены методологические предпосылки изучения данного материала, составлено содержание концентрированного курса по выбору «Использование элементов нечеткой математики для решения педагогических задач» и разработана методика его предъявления студентам.

**Обсуждение и заключения:** рассматриваемое содержание позволяет усилить мотивационный и развивающий потенциал обучения математике и информатике в школе и вузе за счет нестандартности задействованных приемов мышления и возможности подключения многообразных межпредметных взаимосвязей. В качестве основного пути подготовки будущих учителей математики и информатики к обучению школьников элементам нечеткой математики целесообразно рассматривать элективный курс, включающий в себя элементы теории нечетких множеств и их педагогические приложения. Студенты, изучавшие данный курс, достаточно эффективно использовали его материалы в ходе своей практической работы в качестве учителей математики и информатики в старших классах полной средней школы.

**Ключевые слова:** профессионально-педагогическая подготовка будущих учителей; нечеткая логика; курс по выбору; межпредметные связи математики и информатики; развивающий потенциал обучения

**Для цитирования:** Родионов М. А., Акимова И. В., Шабанов Г. И. Элементы «нечеткой математики» как компонент профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики // Интеграция образования. 2017. Т. 21, № 2. С. 286–302. DOI: 10.15507/1991-9468.087.021.201702.286-302

## ELEMENTS OF “FUZZY LOGIC” AS A COMPONENT OF PROFESSIONAL AND PEDAGOGICAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS AND INFORMATICS TEACHERS

*M. A. Rodionov<sup>a</sup>, I. V. Akimova<sup>a\*</sup>, G. I. Shabanov<sup>b</sup>*

<sup>a</sup> *Penza State University, Penza, Russia,*

<sup>\*</sup> *ulrih@list.ru*

<sup>b</sup> *National Research Mordovia State University, Saransk, Russia*

**Introduction:** the article describes the application of fuzzy logic in the teaching of mathematics. This theory has a great creative ability to solve various pedagogical tasks for the implementation of the developing and applied functions of school mathematical education. The purpose of the article is to identify the possibilities of including the theory of fuzzy logic in the composition of professional training for future teachers of mathematics and computer science with the definition of content and methodological features.

**Materials and Methods:** normative and programmatic documents describing the implementation of the training of future teachers of mathematics and computer science were studied during the writing of the article. The authors looked through the results of sociological surveys of students. Theoretical analysis and comparison of domestic and foreign approaches to the study of fuzzy logic were used, as well as analysis of the content and features of the professional training process for future teachers of mathematics and computer science. Pedagogical measurements, generalization of the experience of teaching special subjects at the Penza State University, and pedagogical experiments were involved.

**Results:** the need to study the elements of fuzzy mathematics in the school and the appropriateness of including this subject in the content of professional preparation of future mathematics and computer science teachers was demonstrated. Methodological prerequisites for studying this topic are defined, the Using Elements of Fuzzy Logic to Solve Pedagogical Problems intensive course is developed.

**Discussion and Conclusions:** the fuzzy logic course allows to strengthen the motivational and developing potential of teachers of mathematics and computer science at school and university due to the non-conventionality of the involved thinking techniques and the possibility of connecting diverse subject interrelations. As the main way of preparing future teachers of mathematics and computer science for teaching students the elements of fuzzy mathematics, it is advisable to consider an elective course that includes elements of fuzzy logic and their pedagogical applications. Students used the materials quite effectively in the course of their practical work as teachers of mathematics and computer science in high school.

*Keywords:* professional and pedagogical training of future teachers; fuzzy logic; a course for choice; inter-subject communications of mathematics and informatics; developing training potential

*For citation:* Rodionov M.A., Akimova I.V., Shabanov G.I. Elements of “fuzzy logic” as a component of professional and pedagogical training of future mathematics and informatics teachers. *Integratsiya obrazovaniya* = Integration of Education. 2017; 2(21):286-302. DOI: 10.15507/1991-9468.087.021.201702.286-302

### Введение

Обучение математике в школе имеет ряд особенностей: абстрактность и относительно высокий уровень формализации материала, ведущая роль задач, наличие большого количества «математических языков» представления фактов и закономерностей, сильная выраженность внутрипредметных связей, приоритет логических умозаключений над правдоподобными рассуждениями, разнохарактерность представленных в составе математической деятельности компонентов (логические умозаключения, алгебраические преобразования,

геометрические построения, арифметические вычисления)<sup>1</sup>.

Все указанные характеристики приносят свои особенности в реализацию механизмов учебной деятельности, являясь своеобразными ориентирами для отбора содержания школьного математического образования. В качестве критериев такого отбора можно выделить целесообразный уровень строгости, широкую практическую значимость, относительное соответствие современному уровню развития науки и техники, высокий развивающий потенциал, междисциплинарный характер.

<sup>1</sup> Вейль А. Математическое мышление. М. : Наука, 1989. 510 с.; Виноградова Л. В. Развитие мышления учащихся при обучении математике. Петрозаводск, 1989. 173 с.



Хорошей иллюстрацией сказанного может служить теория нечетких множеств, понятийный аппарат которой включает в себя такие относительно современные математические категории, как «нечеткая логика», «нечеткое множество», «нечеткие отношения», «нечеткие числа» и «мягкие вычисления». Развивающий потенциал данного материала обусловлен рядом факторов [1].

Во все времена считалось, что непререкаемым образцом «правильного мышления» является классическая логика, естественным результатом развития которой стала классическая двужанная математическая логика. Однако в последнее время складывается мнение, что человечество сделало ошибку, посчитав именно классическую логику образцом идеального мышления, в то время как таким образцом целесообразно признать рассуждения, относящиеся к не вполне определенной изначально «нечеткой логике», характеризующейся не столько прямым перебором и пересчетом различных альтернатив, но и, в значительной степени, качественной оценкой ситуации. За последнюю же, как известно, «отвечает» правое полушарие мозга. Отсюда следует, что работа обоих полушарий при решении задач «нечеткой логики», в отличие от традиционной, может быть активизирована гораздо более эффективно, что позволяет констатировать большие развивающие возможности рассматриваемого материала и его значимость в обучении. Близость стиля мышления, характерного для нестрогой логики, и реального «бытового» мышления становится при этом одним из важных мотивационных факторов в процессе обучения одаренных детей.

Еще одна важная в развивающем отношении особенность рассматриваемого материала – естественная возможность подключения к изложению известных программных средств. Программные средства в настоящее время могут не только адаптироваться к новым реалиям, но и во многих случаях служить катализатором процессов обработки «нестрогой» информации. В частности,

в последнее время в программировании одно из ведущих мест стала занимать теория недетерминированных игр, стратегия которых тесно соотносится с механизмами мышления, реализуемыми в рамках нестрогой логики.

Другой ведущий мотив изучения нестрогой логики одаренными школьниками – ее огромное практическое значение. Оно определяется, например, уже давно открытой учеными возможностью на основе аппарата нечеткой логики быстро и эффективно моделировать сложные нелинейные системы, которые используются при проектировании различных устройств (от посудомоечных машин до видеокамер). Интуитивная природа таких систем экономит время инженеров и уменьшает стоимость продукта за счет сокращения циклов производства и того, что обслуживание и настройка системы становятся гораздо проще. Среди экспертов финансовой сферы расширяется такая область применения нечеткой логики, как создание систем поддержки принятия решений и экспертных систем. Используют нечеткую логику и при распознавании образов, в экономике, анализе данных и других областях, в которых высок уровень неопределенности, сложности и нелинейности.

Таким образом, подтверждается целесообразность внедрения данного материала в школьный предметный тезаурус и, соответственно, в состав профессиональной подготовки будущих учителей математики и информатики. При этом изучение элементов нестрогой математики студентами педагогического направления должно иметь существенные содержательно-методические отличия от соответствующего материала, предусмотренного в программах по математике ряда профильных и экономических специальностей вузов, исходящие из необходимости обеспечения органичного взаимодействия его сугубо предметного, с одной стороны, и педагогического компонентов – с другой. Другими словами, будущий учитель, в отличие от инженера или экономиста, должен не только знать и уметь использо-

вать соответствующий содержательный инструментарий при решении тех или иных типовых (в данном случае педагогических) задач, но и владеть методикой его предъявления школьникам в рамках базового или элективного курса. Приведенными обстоятельствами обусловлена актуальность настоящего исследования, целью которого является обоснование необходимости включения элементов нечеткой математики в состав профессионально-педагогической подготовки учителя математики и информатики и выявление возможностей такого включения в рамках указанной подготовки.

### Обзор литературы

В настоящее время опубликовано достаточное количество отечественных и зарубежных работ в области нечеткой логики, описывающей ее основные понятия: «нечеткая логика», «нечеткое множество», «лингвистическая переменная», «нечеткие отношения», «нечеткие числа» и «мягкие вычисления» и т. д.<sup>2</sup> [2–4]. Регулярно выходят в свет публикации, посвященные применению аппарата нечеткой логики к решению задач экономики, медицины, производства. Так, в работе «Design of Intelligent Systems Based on Fuzzy Logic, Neural Networks and Nature-Inspired Optimization» описывается построение интеллектуальных систем на основе применения аппарата нечеткой логики [5], а в других статьях зарубежных ученых рассматривается возможность применения аппарата нечеткой логики к проблеме диагностики рыбных болезней [6; 7]. В последних названных публикациях авторы показывают, что использование разработанной экспертной системы позволяет диагностировать болезнь в самое раннее время.

Несмотря на то, что в настоящее время изучение нечеткой логики предусмо-

тлено в программах ряда профильных и экономических специальностей вузов, этот материал, по нашему мнению, имеет гораздо более широкое поле приложения, обусловленное его большим развивающим и прикладным потенциалом, в частности, при решении многих педагогических задач. Обоснуем последнее утверждение.

Нечеткая математика, ассоциирующаяся с «мягкими» моделями и вычислениями, предполагает особый нехарактерный для традиционной логики, «неоднозначный» стиль мышления, детерминируемый минимальным набором закономерностей (Э. Борель, Д. Пойа, В. И. Арнольд, В. А. Тестов и др.<sup>3</sup>). Этот стиль максимально приближен к особенностям реального человеческого мышления и предполагает не только дихотомию «да – нет», но и различные промежуточные значения, олицетворяющие ту или иную вероятность наступления рассматриваемого события. Соответственно, внедрение нечеткой математики в школьное образование существенно расширяет диапазон формируемых мыслительных качеств учащихся и усиливает мотивационный эффект математического образования за счет обеспечения взаимодействия изучаемого материала со стилем мышления, присущим реальной «бытовой» сфере жизнедеятельности человека.

При всем богатстве и методическом потенциале нечеткой логики на сегодняшний день, на наш взгляд, недостаточно работ, посвященных методике обучения и применения данного математического аппарата как в основной, так и в высшей школе [8–11]. Так, А. А. Смирнов предлагает использовать нечеткую логику в образовательных технологиях, но не раскрывает методических аспектов данного процесса<sup>4</sup>. В статье «Использование аппарата теории нечетких мно-

<sup>2</sup> Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики : пер. с англ. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. 352 с.

<sup>3</sup> Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. М. : МЦНМО, 2004. 32 с.; Тестов В. А. Мягкие модели в обучении математике // Современное образование: подходы, опыт, проблемы, перспективы : материалы Всеросс. науч.-практ. конф. Пенза : ПГПУ, 2005. С. 11–13.

<sup>4</sup> Смирнов А. А. Применение нечеткой логики при формировании знаний // Инновационная наука. 2016. № 3–2 (15). С. 184–186. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-nechetkoy-logiki-pri-formirovani-znaniy> (дата обращения: 20.12.2016).



жеств при проектировании современных технологий дистанционного обучения» авторы описывают экспертную систему для технологий дистанционного обучения «Выбор руководителя проекта», но не описывают ее методический потенциал [12].

Одной из особенностей изучения элементов нестрогой логики является наличие достаточно апробированных на различных уровнях образования программных средств, существенно повышающих эффективность процессов обработки «нестрогой» информации. Современные программные средства, такие как Excel, Visual Basic, Fuzzy Cale, Lotus, Super Cale, Mathematica, MathLab, Mathcad, FUZZYtech, как известно, имеют набор встроенных функций, которые позволяют пользователю визуализировать и решать различные проблемы, среди которых можно отметить определение входов и выходов, создание функций принадлежности нечетких множеств, манипулирование и комбинирование нечеткими множествами и отношениями, применение функций логического вывода к системным моделям различной степени сложности [13–15].

Все вышесказанное подтверждает необходимость рассмотрения элементов нечеткой логики в рамках циклов специальных и педагогических дисциплин, входящих в состав профессиональной подготовки будущих учителей математики и информатики.

#### **Материалы и методы**

Методологическую основу исследования составляют:

– деятельностный подход, рассматриваемый нами в качестве специального научного языка, обеспечивающего совместимость используемого аппаратного инструментария (А. Н. Леонтьев, П. А. Гальперин, А. В. Запорожец, Д. Б. Эльконин, В. В. Давыдов, В. П. Зинченко, А. К. Артемов, В. А. Гусев, О. Б. Епишева, Ю. М. Колягин, В. И. Крупич, Е. И. Лященко, Г. И. Саранцев, А. А. Столяр и др.);

– структурно-функциональный подход, основы которого заложены в тру-

дах В. П. Кузьмина, В. Н. Садовского, А. И. Умова, П. К. Анохина, Э. Г. Юдина, М. И. Сетрова и др., а возможности реализации в методических исследованиях продемонстрированы в работах Ю. М. Колягина, В. А. Гусева, Г. И. Саранцева, В. И. Крупича, В. А. Тестова и др.;

– концептуальные положения, определяющие развитие системы современного математического образования в русле следующих направлений этого развития: гуманитаризации и гуманизации математического образования, личностно-ориентированного обучения математике, реализации межпредметных связей и прикладной направленности обучения математике, информатизации школьного и вузовского математического образования, подготовки учителей математики и информатики (Г. В. Дорофеев, Г. И. Саранцев, В. А. Гусев, А. Г. Мордкович, И. М. Смирнова, А. В. Гладкий, Г. И. Саранцев, Т. А. Иванова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов, А. Я. Хинчин, Н. А. Терешин, Д. Икрамов, В. А. Гусев, И. М. Смирнова и др.).

В ходе исследования привлекались два кластера материалов. Во-первых, анализировались нормативные и программные документы, детерминирующие реализацию подготовки будущих учителей математики (ФГОС 3+, Профессиональный стандарт учителя математики и информатики, Концепция развития математического образования и др.), а также находящееся в широком доступе методическое обеспечение указанной подготовки (учебники, учебные пособия, методические рекомендации, программные средства образовательного назначения).

Анализ указанных источников показал, что в настоящее время в рамках подготовки учителей математики и информатики элементы нечеткой математики не являются специальным предметом изучения ни с предметной, ни с педагогической точек зрения.

Вторым источником материалов послужили результаты опросов студентов (48 студентов профиля «Математика» и 36 студентов профиля «Информатика»).

Целью опроса было выявление их «фоновой компетентности» в предметной области «Нечеткая математика» и представлений о возможностях ее применения для решения педагогических задач. Закономерным итогом данной работы стало отсутствие у большинства реципиентов (89 %) сколько-нибудь системных знаний о рассматриваемой предметной области. Некоторые студенты-информатики встречались с понятийным аппаратом нечеткой математики при самостоятельном изучении ряда программных продуктов, однако они также имели минимальное представление о возможностях его применения в области образования.

В качестве основных методов исследования были задействованы:

- теоретический анализ и сопоставление отечественных и зарубежных подходов к изучению аппарата нечетких множеств;

- анализ содержания и особенностей организации процесса профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики в современных условиях;

- проведение педагогических измерений (анкетирование, интервьюирование, анализ продуктов учебной деятельности студентов);

- обобщение опыта преподавания спецкурсов в Пензенском государственном университете и некоторых других вузах, осуществляющих педагогическую подготовку;

- поисковый педагогический эксперимент по выявлению наиболее приемлимых путей внедрения элементов «нечеткой логики» в состав предметного и педагогического компонентов подготовки учителей математики и информатики.

Эксперимент осуществлялся в процессе организации и проведения курса по выбору «Использование элементов нечеткой математики для решения педагогических задач» для студентов-бакалавров IV курса профилей «Математика» и «Информатика» Пензенского государственного университета (всево в ходе двухлетней практики преподава-

ния курса было задействовано 92 студента, из них 48 студентов профиля «Математика» и 44 – профиля «Информатика»). Кроме того, фрагментарно данный материал затрагивался в ряде специальных и педагогических дисциплин на младших курсах (охват студентов – около 100 чел.). Целью эксперимента было выявление наиболее приемлемой возможности знакомства студентов, определение доступности разработанного содержания, оценка эффективности курса с точки зрения готовности и возможности студентов к применению освоенного материала для решения педагогических задач.

Выделим основные методологические предпосылки подготовки будущих учителей к обучению школьников элементам нестрогой математики.

1. «Развивающий контекст» обучения. Как было отмечено ранее, аппарат нечеткой логики гораздо ближе к человеческому мышлению, чем мышление, характерное для традиционной логики. Таким образом, будущие учителя должны осознавать, что с помощью нестрогой математики становится возможным, с одной стороны, конструирование «человекоподобного» мышления, а с другой – развитие таких качеств реального мышления учащегося, которые не актуализируются в процессе решения стандартных задач.

2. Многопрофильность. Поскольку понятия и категории, употребляемые в социальных и гуманитарных науках, а также реальной жизнедеятельности людей, имеют размытые, нечеткие границы, слабо формализованные отношения между ними также целесообразно описывать при помощи теории нечетких множеств. Таким образом, рассматриваемый материал может быть полезен школьникам с самыми различными профессиональными предпочтениями. Более того, его значимость для учащихся гуманитарной ориентации не менее высока, чем для учащихся других профилей, поскольку характерный для теории нестрогих множеств «лингвистический подход» допускает в качестве значений переменных не только числа, но и слова и пред-



ложения естественного языка. Данная позиция, в свою очередь, в наибольшей мере соответствует неоднозначности и неизбежной «приблизительности» методов, характерных для большинства дисциплин гуманитарной области.

3. Принцип деятельности. В принятой интерпретации данный принцип предполагает, что с точки зрения нечеткой логики в любую учебную деятельность могут и должны включаться не только строго определенные конкретные конструкты, но и те, в которых имманентно содержится элемент случайности, неопределенности.

С целью эффективного обучения такой деятельности учитель должен уметь строить тривиальную статистическую оценку позиций, которая осуществляется на основе искусственного удаления локальной недетерминированности. Для этого сначала предполагаем, что уже реализовано какое-либо конкретное учебное действие, после чего вычисляем динамическую оценку диапазона оцениваемого результата этого действия. Затем рассчитываем динамическую оценку для следующего деятельностного акта, и так далее для всех оставшихся учебных действий.

4. Компьютерная поддержка. Данное положение совершенно естественно вытекает из специфики содержания предлагаемого элективного курса. Нечеткая логика изначально предполагает обретение достаточно простого обрамления, привычного для пользователя, на основе объединения соответствующего математического аппарата с электронными таблицами, встроенными в стандартные программные оболочки. Применительно к теории нечетких множеств, программные средства в настоящее время могут не только адаптироваться к новым реалиям, но и во многих случаях служить катализатором процессов обработки «нестрогой» информации на всех стадиях моделирования процесса нечеткой логики<sup>5</sup>. Графические же процедуры позволяют легко визуализировать стратегии получения решений

методами нечеткой логики, нечеткие множества и связывающие их нечеткие отношения, иницируя тем самым реализацию учебно-поисковых процессов.

5. Преемственность и перспектива. Данное положение предполагает выстраивание содержания материала в виде последовательности вытекающих друг из друга учебных задач, причем «вход» и «выход» этого содержания должны быть достаточно четко соотношены с определенными разделами базовых математических и методических курсов, как в сугубо информационном, так и в мотивационном отношении.

#### Результаты исследования

Основным инструментом исследования стал разработанный нами курс по выбору «Использование элементов нечеткой математики для решения педагогических задач» [1; 16], предназначенный для изучения студентами IV курса профилей «Математика» и «Информатика». Курс предусматривает изучение студентами нескольких тематических разделов (табл. 1). Его апробация осуществлялась на протяжении нескольких лет в рамках подготовки будущих учителей математики и информатики в Пензенском государственном университете им. В. Г. Белинского.

В соответствии с принятой логикой курс разделяется на шесть блоков, каждый из которых начинается с обсуждения понятийного аппарата, затем рассматриваются типичные задачи данного раздела, в конце приводятся задания для самостоятельного выполнения. Последовательность развертывания курса была обусловлена целесообразностью актуализации некоторых опорных знаний из классической теории множеств; мотивации введения аппарата ТНМ на основе рассмотрения специально подобранных задач с реальным содержанием; знакомства с основными понятиями и свойствами, разбираемыми в рамках различных разделов этой теории; подведения к решению не вполне триви-

<sup>5</sup> Родионов М. А., Зудина Т. А. Введение в «Fuzzy logic»: учеб. пособие для студентов и старшеклассников. Пенза: ПГПУ, 2006. 120 с.

Т а б л и ц а 1. Тематическое планирование спецкурса  
T a b l e 1. Thematic planning of a special course

Тема / Topic	Количество часов / Number of hours
1	2
<b>Раздел 1. Введение. Нечеткое множество / Section 1. Introduction. Fuzzi set</b>	
Тема 1.1. Введение. Нечеткое множество / Topic 1.1. Introduction. Fuzzi set	4
Тема 1.2. Операции над нечеткими множествами / Topic 1.2. Operations over fuzzi sets	4
<b>Раздел 2. Нечеткие числа / Section 2. Fuzzi numbers</b>	
Тема 2.1. Понятие нечеткого числа. Виды нечетких чисел / Topic 2.1. Concept of fuzzi number. Types of fuzzi numbers	4
Тема 2.2. Треугольные нечеткие числа / Topic 2.2. Triangular fuzzi numbers	6
Тема 2.3. Трапециевидные нечеткие числа / Topic 2.3. Trapezoid fuzzi numbers	4
Тема 2.4. Нечеткие числа L-R вида / Topic 2.4. Fuzzi numbers of L-R of a look	4
<b>Раздел 3. Нечеткие отношения / Section 3. Fuzzi relations</b>	
Тема 3.1. Свойства нечетких отношений / Topic 3.1. Properties of fuzzi relations	6
Тема 3.2. Задачи нечеткой классификации / Topic 3.2. Problems of fuzzi classification	4
Тема 3.3. Порядки и слабые порядки / Topic 3.3. Orders and weak orders	4
Тема 3.4. Технология ранжирования на основе массовых опросов / Topic 3.4. Technology of ranging on the basis of mass polls	4
<b>Раздел 4. Решение многокритериальных задач / Section 4. Solution of multicriteria tasks</b>	
Тема 4.1. Выбор квалифицированной комиссии / Topic 4.1. The choice of the qualified commission	6
Тема 4.2. Одинаковая важность критериев / Topic 4.2. Identical importance of criteria	4
Тема 4.3. Различная важность критериев / Topic 4.3. Various importance of criteria	4
Тема 4.4. Определение склонности ученика к определенной науке / Topic 4.4. Definition of the pupil's propensity to a certain science	4
<b>Раздел 5. Методы принятия решений на основе теории нечетких множеств / Section 5. Decision making methods based on the theory of fuzzi sets</b>	
Тема 5.1. Методы принятия решений на основе теории нечетких множеств / Topic 5.1. Decision making methods on the basis of the theory of fuzzi sets	4
Тема 5.2. Классификация задач принятия решений / Topic 5.2. Classification of problems of decision-making	6
Тема 5.3. Классификация методов принятия решений / Topic 5.3. Classification of methods of decision-making	4
Тема 5.4. Методы ранжирования работы специалистов / Topic 5.4. Methods of ranging of work of experts	4





1	2
<b>Раздел 6. Формирование учебного плана специальности / Section 6. Formation of the curriculum of specialty</b>	
Тема 6.1. Методы и алгоритмы решения задачи «Формирование учебного плана» / Topic 6.1. Methods and algorithms of the solution of a task “Formation of the curriculum”	4
Тема 6.2. Методы и алгоритмы формирования списка дисциплин национально-регионального компонента учебного плана специальности / Topic 6.2. Methods and algorithms of formation of the list of disciplines of a national regional component of the curriculum of specialty	6
Тема 6.3. Методы, алгоритмы и процедуры формирования графа межпредметных связей / Topic 6.3. Methods, algorithms and procedures of formation of the intersubject communications graph	6
Тема 6.4. Анализ межпредметных связей дисциплин учебного плана / Topic 6.4. Analysis of intersubject communications of disciplines of the curriculum	2
Тема 6.5. Обзор существующих подходов к формированию учебного плана специальности / Topic 6.5. Review of the existing approaches to formation of the curriculum of specialty	4
Тема 6.6. Анализ исследований, посвященных методикам формирования учебного плана специальности / Topic 6.6. Analysis of the researches devoted to techniques of formation of the curriculum of specialty	4

альных задач возможностей современных программных средств. С другой стороны, естественное развертывание исследуемого материала неизбежно приводит к повторной актуализации понятийного аппарата матричного исчисления, теории чисел, аналитической геометрии, линейного программирования, обогащая видение студентов функциональной значимости упомянутых разделов.

Учебный план охватывает достаточное число разделов темы, чтобы сформировать соответствующий понятийный аппарат, а в качестве применения аппарата нечеткой логики реализуется разработка плана специальности.

Отметим, что в альтернативном варианте отдельные разделы курса рассматривались нами также как составляющие базовых специальных и методических курсов, в частности, «Математической логики», «Исследования операций», «Компьютерного моделирования», «Теории и методики обучения математике», «Теории и методики обучения информатике».

При проектировании курса особое внимание уделялось обеспечению до-

ступности изложения на основе его преемственности, что нашло свое отражение на всех этапах обучения соответствующих разделов курса. Рассмотрим для примера мотивацию введения понятия «нечеткое множество» на основе уточнения представлений о диапазоне использования традиционного аппарата строгих множеств. В основе указанного понятия лежит интуитивное представление о том, что составляющие данное множество элементы имеют общее свойство, но могут обладать им в различной степени и, следовательно, принадлежать к данному множеству с различной степенью достоверности. Данное представление может быть актуализировано при рассмотрении следующего примера.

*Пример 1.* «Иностранные языки».

Даны нечеткие множества  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , где  $A$  – ученики данного класса, знающие английский язык,  $B$  – ученики, знающие немецкий язык,  $C$  – ученики, знающие французский язык.

Эти сведения можно представить в конечных четких множествах:



$A = \{\text{Иванов, Попов, Сидоров, Кузнецов, Ванин}\},$

$B = \{\text{Яковлев, Ткачев, Волков, Потапов}\},$

$C = \{\text{Иванов, Попов, Сидоров, Кузнецов, Панин, Яковлев, Ткачев, Ванин, Петров}\}.$

Пересечением множеств  $B$  и  $C$  является новое множество  $BC = \{\text{Яковлев, Ткачев}\}.$

Представим информацию об этих компаниях в виде нечетких множеств.

$A = \{(0,8, \text{Иванов}), (0,2, \text{Попов}), (0,5, \text{Сидоров}), (0,7, \text{Кузнецов}), (0,5, \text{Ванин})\},$

$B = \{(0,5, \text{Яковлев}), (0,4, \text{Ткачев}), (0,9, \text{Волков}), (0,8, \text{Потапов})\},$

$C = \{(0,4 \text{Иванов}), (0,9, \text{Попов}), (0,9, \text{Сидоров}), (0,1, \text{Кузнецов}), (0,5, \text{Панин}), (0,7 \text{Яковлев}), (0,7, \text{Ткачев}), (0,7, \text{Ванин}), (0,7, \text{Петров})\}.$

На первом месте в каждой из пар указана степень принадлежности элемента к соответствующему множеству.

Подобно операциям над четкими множествами, нечеткие также можно объединять, пересекать и инвертировать. А. Заде предложил ввести оператор минимума для пересечения и оператор максимума для объединения двух нечетких множеств.

Если множество  $A$  задано функцией  $\mu_A(u)$ , а множество  $B$  – функцией  $\mu_B(u)$ , то результатом операций является множество  $C$  с функцией принадлежности  $\mu_C(u)$ , причем:

если  $C = A \cap B$ , то  $\mu_C(u) = \min(\mu_A(u), \mu_B(u));$

если  $C = A \cup B$ , то  $\mu_C(u) = \max(\mu_A(u), \mu_B(u));$

если  $C = \neg A$ , то  $\mu_C(u) = 1 - \mu_A(u).$

Определение этих операций тождественно классическому определению объединения и пересечения множеств, если мы рассматриваем только степени принадлежности 0 и 1. Для рассмотренного выше примера имеем:

$B \cap C = \{(0,5, \text{Яковлев}), (0,4, \text{Ткачев})\}.$

$A \cup C = \{(0,8, \text{Иванов}), (0,9, \text{Попов}), (0,9, \text{Сидоров}), (0,7, \text{Кузнецов}), (0,7, \text{Ванин}), (0,5, \text{Панин}), (0,7 \text{Яковлев}), (0,7, \text{Ткачев}), (0,7, \text{Ванин}), (0,7, \text{Петров})\}.$

Продолжить знакомство учащихся с понятием «нечеткое множество» це-

лесообразно одновременно с изучением языков программирования в процессе решения специально подобранных задач (например, при изучении тем «Массивы» или «Записи»).

*Пример 2.* «Надбавка к зарплате преподавателя»<sup>6</sup>.

Методы ранжирования работы специалистов иллюстрируются на примере решения вопроса о распределении денежных надбавок к зарплате учителя. В выборе кандидата на надбавку должны принимать участие две заинтересованные стороны: руководство школы и актив коллектива преподавателей, которые выражают свои предпочтения относительно кандидата. Их высказывания определяют совокупность критериев эффективности и цели:

– качество работы учителя  $D_1 = \{\text{отличное, хорошее, удовлетворительное}\};$

– активность учителя в общественных делах  $D_2 = \{\text{очень высокая, высокая, приемлемая, низкая}\};$

– научно-методическая работа учителя  $D_3 = \{\text{очень высокая, высокая, приемлемая, низкая}\};$

– материальное положение учителя  $D_4 = \{\text{плохое, приемлемое, хорошее}\}.$

Создадим нечеткие множества для каждого критерия:

– качество работы учителя  $X_1 = \{1/\text{отличное}, 0,7/\text{хорошее}, 0,3/\text{удовлетворительное}\};$

– активность учителя в общественных делах  $X_2 = \{1/\text{очень высокая}, 0,8/\text{высокая}, 0,4/\text{приемлемая}, 0,2/\text{низкая}\};$

– научно-методическая работа учителя  $X_3 = \{1/\text{очень хорошая}, 0,9/\text{хорошая}, 0,6/\text{приемлемая}, 0,2/\text{низкая}\};$

– материальное положение учителя  $X_4 = \{1/\text{плохое}, 0,6/\text{приемлемое}, 0,2/\text{хорошее}\}.$

Универсальное множество для полезности задается следующим образом:

$U = \{\text{высокая, средняя, достаточно низкая, низкая}\}.$

Здесь же можно использовать модификаторы «и / или / очень». На основе опроса представителей руководства школы и актива коллектива определены лингвистические величины полезности.

<sup>6</sup> Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики : пер. с англ. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. 352 с



Базовая переменная полезности изменяется в интервале от 0 до 1.

*Кандидат с точки зрения руководства школы: отличная работа, при очень высокой активности, приемлемая научно-методическая работа; при высокой активности хорошая научно-методическая работа. Материальное положение не учитывается.*

*Кандидат с точки зрения актива: отличная работа, при высокой активности материальное положение не учитывается, при приемлемой активности плохое материальное положение, хорошая научно-методическая работа.*

Пространство эффективности  $D$  содержит  $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$  набора. Отбрасывая на основании рассмотренных эвристик несущественные для обеих групп критериальные оценки эффективности, получаем сокращенные наборы значений критериев:  $D_1 =$  отличная,  $D_2 =$  очень высокая, высокая, приемлемая;  $D_3 =$  хорошая;  $D_4 =$  плохое.

Таким образом, число  $n$ -наборов, покрывающих область полезности, уменьшается до  $1 \times 3 \times 1 \times 1 = 3$  точек ( $n$ -наборов). После этого группы договариваются об оценках полезности  $n$ -наборов (табл. 2).

Т а б л и ц а 2. **Определение качеств в отношении полезности кандидата**  
T a b l e 2. **Determination of the qualities regarding the usefulness of a candidate**

Качество	Оценка
Качество работы / Quality of work	Отличная / Excellent
Активность / Activity	Приемлемая / Accepted
	Высокая / High
	Очень высокая / Very high
Научно-методическая работа / Scientific and methodical work	Приемлемая / Accepted
	Хорошая / Good
	Очень хорошая / Very good
Материальное положение / Financial situation	Плохое / Bad
Полезность для руководства школы / Usefulness for the management of school	Очень высокая / Very high
	Высокая / High
Полезность для актива учителей / Usefulness for an asset of teachers	Высокая / High
	Очень высокая / Very high

Так, имеется три кандидата на надбавку к зарплате, которых можно охарактеризовать следующим образом:

1. Первый преподаватель имеет четкие величины критериев: высокое качество работы, приемлемая активность, хорошая научно-методическая работа и плохое материальное положение:  $A_1 = \{\text{высокая, приемлемая, хорошая, плохое}\}$ .

2. Для второго преподавателя активность оценивается скорее как высокая, чем приемлемая. Это может быть выражено нечетким множеством  $F(D_2) = \{0,7/\text{высокая}; 0,3/\text{приемлемая}\}$ . Величины остальных критериев являются четкими. Альтернатива описывается следующим образом:  $A_2 = \{\text{высокая, } \{0,6/(\text{отличная,$

высокая, хорошая, плохое)}; 0,4/(\text{отличная, удовлетворительная, хорошая, плохое})\}, высокая, хорошее}.

3. Оценки третьего кандидата могут быть записаны следующим образом:  $F(D_1) = \{0,7/\text{высокая}; 0,2/\text{хорошая}\}$ ;  $F(D_2) = \{0,2/\text{высокая}; 0,6/\text{приемлемая}\}$ ;  $F(D_3) = \{1/\text{хорошая}\}$ ;  $F(D_4) = \{0,6/\text{хорошее, } 0,4/\text{плохое}\}$ .

Следующий шаг состоит в ранжировании нечетких множеств и в установлении лучшей альтернативы. Каждый терм полезности может быть представлен как нечеткое множество на базовой переменной  $U^* = [0,1]$ .

Элемент нечеткого множества  $V$  можно представить как нечеткое мно-

жество  $U^*$  вместо  $U$ , т. е. если *Высокая* =  $\{1/1; 0,7/0,9; 0,3/0,8\}$ ,  $0,5/Высокая$  =  $\{0,5/1; 0,5/0,9; 0,3/0,8\}$ . При этом применяется «правило минимума», которое сохраняет коммутативность, когда порядок выполнения вычислений несущественен. Это означает, что если  $V$  вычислено на  $U$  и затем переведено на  $U^*$ , то такое же значение будет получено, если вычислять  $V$  сразу на  $U^*$ . После перевода с  $U$  на  $U^*$  элементы  $V$  могут быть скомбинированы с помощью «правила максимума».

Результат будет получен по формуле  $\mu_{A \cap B}(U) = \min(\mu_A(U), \mu_B(U))$ , где  $A$  – руководство школы;  $B$  – актив учителей;  $u$  – полезность рассматриваемой альтернативы.

Реализовать этот метод оказалось очень удобно с помощью объектно-ориентированных языков программирования, например Visual Basic или Delphi. При этом несущественным является количество альтернатив и экспертных групп.

По каждой теме предлагались самостоятельные задания для студентов, содержание которых было непосредственно связано с учебным процессом и функционированием различных «механизмов» образовательного учреждения (разработка учебных планов, построение графов межпредметных связей, разработка конспектов внеклассных занятий для школьников и др.).

В результате изучения рассматриваемого курса большинство студентов (92 %) продемонстрировали достаточное владение элементами нестрогой математики, которые имеют потенциальное приложение в педагогической теории и практике, и, в первую очередь, технологиями проектирования и реализации факультативных и элективных курсов для старшеклассников соответствующей направленности, а также методами решения многокритериальных задач ранжирования данных для их применения в практике работы педагогов, руководителей организаций и учреждений различного профиля. Об этом свидетельствуют хорошие результаты на экзаменах, результаты прохождения педагогической практики, в частности,

отчеты об организации внеклассных мероприятий, посвященных элементам нечеткой математики, высокий уровень выпускных квалификационных работ соответствующей тематики.

Существенно более низкие результаты были получены у студентов, изучавших элементы нестрогой математики фрагментарно в рамках различных дисциплин, входящих в состав профессионально-педагогической подготовки будущих учителей. Только 38 % из них показали готовность к использованию рассматриваемого материала для решения педагогических задач. Большинство опрошенных (более 60 %) вообще не видят необходимости в таком использовании.

Интересно, что, вопреки нашим ожиданиям, несколько большую готовность к внедрению нечеткой математики в процесс обучения школьным дисциплинам в мотивационном плане показали будущие учителя информатики (96 %) по сравнению с учителями математики (86 %). Данный факт мы объясняем более близким знакомством первых с программными продуктами, используемыми соответствующий математический инструментарий.

### Обсуждение и заключения

В ходе проведенного исследования была обоснована необходимость внедрения элементов нечеткой логики в процесс профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики. Такая необходимость обусловлена большим мотивационным и развивающим потенциалом рассматриваемого материала, заключающимся в нестандартности задействуемых приемов мышления и возможности подключения многообразных межпредметных взаимосвязей.

Несмотря на то, что изучение указанного материала предусмотрено в ряде программ инженерных и экономических специальностей вузов, на сегодняшний день практически отсутствует учебная и научно-методическая литература, посвященная возможностям его изучения как непосредственно в рамках школь-



ного математического образования, так и в рамках профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики и информатики. Поиску таких возможностей применительно к высшей педагогической школе было посвящено данное исследование.

Основными материалами исследования, с одной стороны, послужили нормативные и программные источники, лежащие в основе организации подготовки будущих учителей математики и информатики, и современное методическое обеспечение такой подготовки, с другой – результаты опросов студентов старших курсов названных специальностей. В итоге большинство студентов продемонстрировали минимальную «фоновую» компетентность в рассматриваемой предметной области и не смогли назвать ни одну возможность применения элементов нечеткой математики при решении тех или иных педагогических задач.

С целью поиска возможностей наиболее приемлемого внедрения элементов нечеткой математики в структуру вузовской подготовки учителей математики и информатики рассматривались два варианта такого внедрения. Первый (концентрированный) путь был связан с организацией специального курса по выбору «Использование элементов нечеткой математики для решения педагогических задач», второй («развернутый») – предусматривал фрагментарное знакомство с различными аспектами изучения и применения нечеткой математики в ряде специальных и педагогических дисциплин.

В качестве методологических предпосылок исследования, определяющих специфику работы по изучению элементов нечеткой математики будущими учителями, были задействованы следующие базовые положения: «развивающий контекст обучения», «многопрофильность», «принцип деятельности», «компьютерная поддержка», «преемственность и перспектива», содержание которых раскрывается в тексте статьи.

Экспериментальная работа осуществлялась в течение нескольких лет

в процессе подготовки бакалавров педагогического образования (профили «Математика» и «Информатика») в Пензенском государственном университете на основе содержания разработанного курса по выбору «Использование элементов нечеткой математики для решения педагогических задач». Структура курса обусловлена целесообразностью актуализации опорных знаний из классической теории множеств; мотивации введения аппарата теории нечетких множеств на основе рассмотрения специально подобранных задач с реальным содержанием; знакомства с основными понятиями и свойствами, рассматриваемыми в рамках различных разделов этой теории; подключения возможностей современных программных средств.

В альтернативном варианте отдельные разделы курса рассматривались нами как составляющие базовых специальных и методических курсов, в частности, «Математической логики», «Исследования операций», «Компьютерного моделирования», «Теории и методики обучения математике», «Теории и методики обучения информатике». Некоторые материалы курса также систематически использовались на кружковых занятиях со старшеклассниками МБОУ «Лицей современных технологий управления № 2» и МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 68» г. Пензы.

Результаты апробации свидетельствуют о доступности и эффективности предлагаемого материала в рамках заявленного функционала. Так, он может достаточно продуктивно использоваться как средство интеграции математических и информационно-технологических дисциплин, входящих в образовательную программу подготовки будущих учителей. Это в значительной мере способствует усилению мотивационной составляющей этих дисциплин.

Большинство студентов, изучавших элективный курс, показали достаточное владение теоретическим материалом и готовность использовать его для решения педагогических задач, что проявилось во время педагогической практики

и в ходе подготовки выпускных квалификационных работ соответствующей направленности. Студенты, изучавшие элементы нестрогой математики фрагментарно в рамках различных дисциплин, входящих в состав профессионально-педагогической подготовки будущих учителей, показали более низкие результаты, которые мы связываем с недостаточной преемственностью указанных дисциплин как в содержательном, так и в методическом плане.

Таким образом, основная цель исследования достигнута: обоснована целесообразность и возможность внедрения элементов нестрогой математики в состав профессионально-педагогической подготовки учителей математики и информатики с учетом выделенных методологических предпосылок. Такое внедрение целесообразно осуществлять путем организации специального концентриро-

ванного курса по выбору, включающего в себя как теоретические сведения по теории нечетких множеств, так и практические аспекты использования данного материала для решения профильных педагогических задач. При этом следует обратить внимание на необходимость «диверсификации» изучения курса для разных профилей, обеспечивающей различную расстановку содержательных и методических акцентов при изложении базового материала.

На следующем этапе исследования предполагается построение целостной концепции систематического изучения элементов нечеткой математики в системе общего среднего и высшего педагогического образования с учетом специфики конкретных образовательных задач, профиля и уровня образовательных учреждений и ее внедрение в образовательную среду региона.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Studying the elements of “fuzzy mathematics” within subject training for pedagogical students of the Informatics Profile / I. V. Akimova [et al.] // International Journal of Humanities and Cultural Studies. 2016. Special August. Pp. 263–270. URL: <https://www.ijhcs.com/index.php/ijhcs/search/search?simpleQuery=akimova&searchField=query> (дата обращения: 20.12.2016).
2. Галимуллин Р. Ф. Проблема недетерминизма и нечеткая логика // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2014. № 2. С. 5–18. URL: <http://www.docme.ru/doc/1093010/245.vestnik-tomskogo-gosudarstvennogo-universiteta.-filos> (дата обращения: 20.12.2016).
3. Avron A., Zamansky A. Non-deterministic semantics for logical systems // Handbook of Philosophical Logic. Springer. 2011. Vol. 16. Pp. 227–304. URL: [www.cs.tau.ac.il/~aa/articles/nmatrices-survey.pdf](http://www.cs.tau.ac.il/~aa/articles/nmatrices-survey.pdf) (дата обращения: 20.12.2016).
4. Avron A. Logical non-determinism as a tool for logical modularity: An Introduction // Studies in Logic. College Publication. 2009. Vol. 21. Pp. 15–26. URL: [www.math.tau.ac.il/~aa/articles/gabbay-book.pdf](http://www.math.tau.ac.il/~aa/articles/gabbay-book.pdf) (дата обращения: 20.12.2016).
5. Melin P., Castillo O., Kacprzyk J. (eds.) Design of intelligent systems based on fuzzy logic, neural networks and nature-inspired optimization. Springer, 2015. 612 p. URL: <http://www.springer.com/us/book/9783319177465> (дата обращения: 20.12.2016).
6. Expert system for diagnosis of discus fish disease using fuzzy logic approach / N. Hanafiah [et al.] // Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Computer and Communications. 2015. No. 1 (1). Pp. 56–61. DOI: 10.1109/CompComm.2015.7387540
7. Zeldis D., Prescott Sh. Fish disease diagnosis program – problems and some solutions // Aquacultural Engineering. 2000. No. 23. Pp. 3–11. DOI: 10.1016/S0144-8609(00)00047-9
8. Вершинин М. И., Вершинина Л. П. Применение нечеткой логики в гуманитарных исследованиях // Библиосфера. 2007. № 4. С. 43–47. URL: [www.spsl.nsc.ru/win/Bibliosfera/4-2007-43-47.pdf](http://www.spsl.nsc.ru/win/Bibliosfera/4-2007-43-47.pdf) (дата обращения: 20.12.2016).
9. Мищенко В. А., Коробкин А. А. Принципы нечеткой логики на примере нечетких нейронных сетей // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 1. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=5321> (дата обращения: 20.12.2016).



10. Романенко Н. В. Строгая и нечеткая логика в системе развития мышления обучающихся в учреждениях среднего и высшего образования // Веснік магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя с. псіхолога-педагагічнай навукі: педагогіка, псіхалогія, методыка. 2015. № 1. С. 29–39. URL: [www.msu.mogilev.by/info/ric/vesnik\\_mdu/pdf/2015/1\\_45\\_sery\\_c.pdf](http://www.msu.mogilev.by/info/ric/vesnik_mdu/pdf/2015/1_45_sery_c.pdf) (дата обращения: 20.12.2016).
11. Информационная технология построения электронного курса «Нечеткая логика и ее применение» / В. Т. Тарушкин [и др.] // Современные наукоемкие технологии. 2006. № 4. С. 35. URL: <https://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=22622> (дата обращения: 20.12.2016).
12. Использование аппарата теории нечетких множеств при проектировании современных технологий дистанционного обучения / М. С. Чванова [и др.] // Образовательные технологии и общество. 2013. № 2. С. 447–468. URL: [http://ifets.ieee.org/russian/periodical/V\\_162\\_2013EE.html](http://ifets.ieee.org/russian/periodical/V_162_2013EE.html) (дата обращения: 20.12.2016).
13. Родионов М. А. Изучение элементов «Нечеткой математики» в рамках элективного курса для одаренных школьников // Педагогические заметки. 2010. Т. 3, вып. 2. С. 82–84. URL: [http://edusoft-rae.ru/wp-content/uploads/2013/01/pedzam\\_t3v2\\_2010.pdf](http://edusoft-rae.ru/wp-content/uploads/2013/01/pedzam_t3v2_2010.pdf) (дата обращения: 20.12.2016).
14. Родионов М. А., Зудина Т. А. Оценка эффективности работы учителя на основе использования аппарата нечеткого математического программирования // Вестник Московского городского педагогического университета. Сер.: Информатика и информатизация образования. 2008. № 13. С. 51–55. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=11969423> (дата обращения: 20.12.2016).
15. Родионов М. А., Зудина Т. А. Роль и место информационных технологий при изучении темы «Нечеткие множества» // Вестник Московского городского педагогического университета. Сер.: Информатика и информатизация образования. 2005. № 1 (4). С. 85–88. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=12110349> (дата обращения: 20.12.2016).
16. Adaptive technology of pupils' mathematics teaching that considers the specific features of pupils' subject-matter giftedness / М. А. Rodionov [et al.] // The Social Sciences. 2016. Vol. 11, issue 28. Pp. 6699–6708. DOI: 10.3923/sscience.2016.6699.6708

Поступила 26.02.2017; принята к публикации 27.03.2017; опубликована онлайн 30.06.2017.

*Об авторах:*

**Родионов Михаил Алексеевич**, заведующий кафедрой информатики и методики обучения информатике и математике ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, д. 40), доктор педагогических наук, профессор, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-2213-9997>, **Researcher ID:** C-1509-2017, do7tor@mail.ru

**Акимова Ирина Викторовна**, доцент кафедры информатики и методики обучения информатике и математике ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, д. 40), кандидат педагогических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-0900-4676>, **Researcher ID:** K-6733-2015, ulrih@list.ru

**Шабанов Геннадий Иванович**, профессор кафедры систем автоматизированного проектирования ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68), доктор педагогических наук, **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-1764-9047>, **Researcher ID:** C-1752-2017, shabanovgi@mail.ru

*Заявленный вклад авторов:*

Родионов Михаил Алексеевич – научное руководство; подготовка начального варианта статьи; обобщение опыта работы по заявленной теме.

Акимова Ирина Викторовна – компьютерные работы; подготовка литературного обзора.

Шабанов Геннадий Иванович – критический анализ и доработка текста статьи; формализованный анализ данных.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

REFERENCES

1. Akimova I.V., Rodionov M.A., Khramova N.N., Titova E.I., Behter A.Yu., Gubanova O.M., Pichugina P.G. Studying the elements of “fuzzy mathematics” within subject training for pedagogical students of the informatics profile. *International Journal of Humanities and Cultural Studies*. Aug 2016; S:263-270. Available at: <https://www.ijhcs.com/index.php/ijhcs/search/search?simpleQuery=akimova&searchField=query> (accessed 20.12.2016).
2. Galimullin R.F. The non-determinism problem and fuzzy logic. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta: Filosofiya. Sociologiya. Politologiya* = Tomsk State University Bulletin. Philosophy. Sociology. Political science. 2014; 2:5-18. Available at: <http://www.docme.ru/doc/1093010/245.vestnik-tomskogo-gosudarstvennogo-universiteta.-filos> (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
3. Avron A., Zamansky A. Non-deterministic semantics for logical systems. *Handbook of Philosophical Logic*. 2011; 16:227-304. Available at: [www.cs.tau.ac.il/~aa/articles/nmatrices-survey.pdf](http://www.cs.tau.ac.il/~aa/articles/nmatrices-survey.pdf) (accessed 20.12.2016).
4. Avron A. Logical non-determinism as a tool for logical modularity: An introduction. *Studies in Logic. College Publications*. 2009; 21:15-26. Available at: [www.math.tau.ac.il/~aa/articles/gabbay-book.pdf](http://www.math.tau.ac.il/~aa/articles/gabbay-book.pdf) (accessed 20.12.2016).
5. Melin P., Castillo O., Kacprzyk J., editors. Design of intelligent systems based on fuzzy logic, neural networks and nature-inspired optimisation. London: Springer; 2015. Available at: <http://www.springer.com/us/book/9783319177465> (accessed 20.12.2016).
6. Hanafiah N., Sugiarto K., Ardy Y., Prathama R., Suhartono D. Expert system for diagnosis of discus fish disease using fuzzy logic approach. In: Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC 2015). Vol. 1(1). p. 56-61. DOI: 10.1109/CompComm.2015.7387540
7. Zeldis D., Prescott S. Fish disease diagnosis program – problems and some solutions. *Aquacultural Engineering*. 2000; 23:3-11. DOI: 10.1016/S0144-8609(00)00047-9
8. Vershinin M.I., Vershinina L.P. [The application of fuzzy logic in humanitarian research]. *Bibliosfera* = Bibliosphere. 2007; 4:43-47. Available at: [www.spsl.nsc.ru/win/Bibliosfera/4-2007-43-47.pdf](http://www.spsl.nsc.ru/win/Bibliosfera/4-2007-43-47.pdf) (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
9. Mishchenko V.A., Korobkin A.A. Principles of indistinct logic by the example of indistinct neural networks. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* = Modern Problems of Science and Education. 2012; 1. Available at: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=5321> (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
10. Romanenko N.V. [Strict and fuzzy logic in the system of thinking development in secondary and higher education institutions]. *Vestnik Magilyovskaya dzyarzhavnaga universiteta im. A. A. Kulyashova. Psihologiya-pedagogichnyye nauki: pedagogika, psikhologiya, metodyka* = Kulyashov Mogilev State University Bulletin. Psychological and Pedagogical Sciences: Pedagogy, Psychology, Methodology. 2015; 1:29-39. Available at: [www.msu.mogilev.by/info/ric/vesnik\\_mdu/pdf/2015/1\\_45\\_sery\\_c.pdf](http://www.msu.mogilev.by/info/ric/vesnik_mdu/pdf/2015/1_45_sery_c.pdf) (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
11. Tarushkin V.T., Tarushkin P.V., Tarushkina L.T., Yurkov A.V. [Information technology for building the Fuzzy Logic and its Application electronic course”. *Sovremennye naukoemkiye tekhnologii* = Modern High Technologies. 2006; 4:35-35. Available at: <https://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=22622> (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
12. Chvanova M.S., Kiseleva I.A., Molchanov A.A., Khramova M.V. [Using the apparatus of the theory of fuzzy sets in the design of modern technologies for distance learning]. *Obrazovatelnye tekhnologii i obshchestvo* = Educational Technologies and Society. 2013; 2:447-468. Available at: [http://ifets.ieee.org/russian/periodical/V\\_162\\_2013EE.html](http://ifets.ieee.org/russian/periodical/V_162_2013EE.html) (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
13. Rodionov M.A. [The study of elements of “fuzzy mathematics” in the framework of an elective course for gifted schoolchildren]. *Pedagogicheskiye zametki* = Teaching Notes. 2010; 1(3):82-84. Available at: [http://edusoft-rae.ru/wp-content/uploads/2013/01/pedzam\\_t3v2\\_2010.pdf](http://edusoft-rae.ru/wp-content/uploads/2013/01/pedzam_t3v2_2010.pdf) (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
14. Rodionov M.A., Zudina T.A. [Evaluation of the effectiveness of the teacher using the apparatus of fuzzy mathematical programming]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta: informatika i informatizatsiya obrazovaniya* = Moscow City Pedagogical University Bulletin: Informatics and Informatization of Education. 2008; 13:51-55. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=11969423> (accessed 20.12.2016). (In Russ.)
15. Rodionov M.A., Zudina T.A. [The role and place of information technology in the study of the fuzzy sets]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta* = Moscow City Pedagogical University Bulletin. 2005; 1(4):85-88. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=12110349> (accessed 20.12.2016). (In Russ.)





16. Rodionov M.A., Khramova N.N., Akimova I.V., Chernetskaya T.A. Adaptive technology of pupils' mathematics teaching that considers the specific features of pupils' subject-matter giftedness. *The Social Sciences*. 2016; 11(28):6699-6708. DOI: 10.3923/sscience.2016.6699.6708

Submitted 26.02.2017; revised 27.03.2017; published online 30.06.2017.

*About the authors:*

**Mikhail A. Rodionov**, Head of Chair of Informatics and Methodology of Teaching Informatics and Mathematics, Penza State University (40 Krasnaya St., Penza 440026, Russia), Dr.Sci. (Pedagogy), professor, **ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2213-9997>**, **Researcher ID: C-1509-2017**, do7tor@mail.ru

**Irina V. Akimova**, Associate Professor, Chair of Informatics and Methodology of Teaching Informatics and Mathematics, Penza State University (40 Krasnaya St., Penza 440026, Russia), Ph.D. (Pedagogy), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0900-4676>**, **Researcher ID: K-6733-2015**, ulrih@list.ru

**Gennady I. Shabanov**, Professor, Chair of Computer Aided Design, National Research Mordovia State University (68 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), Dr.Sci. (Pedagogy), **ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1764-9047>**, **Researcher ID: C-1752-2017**, shabanovgi@mail.ru

*Contribution of the authors:*

Mikhail A. Rodionov – scientific management; writing the draft; generalisation of the experience.

Irina V. Akimova – reviewing the relevant literature.

Gennady I. Shabanov – critical analyzing the literature; writing the final text; formalized analyzing the data.

*All authors have read and approved the final manuscript.*